

Bereken de oplosbaarheid S (in mol/L) van CaF_2

- in zuiver water
- in een $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ -oplossing 0,1 mol/L
- in een KF -oplossing 0,1 mol/L

$$K_S(\text{CaF}_2) = 3,5 \cdot 10^{-11}$$

Oplossing

a. Berekenen van de oplosbaarheid in water



$$S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} \quad (\text{Telkens er één CaF}_2\text{-deeltje oplost, ontstaat er één Ca}^{2+}\text{-ion in de oplossing.})$$

$$S = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}}{2} \quad (\text{Telkens er één CaF}_2\text{-deeltje oplost, ontstaan er twee F}^{-}\text{-ionen in de oplossing.})$$

Hieruit volgt uiteraard ook dat

$$[\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}}{2} \quad \text{of} \quad [\text{F}^{-}]_{\text{vo}} = 2 \times [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}}$$

Substitutie van deze gelijkheden in de uitdrukking van het oplosbaarheidsproduct levert volgende gelijkheden:

$$K_S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} \times [\text{F}^{-}]_{\text{vo}}^2$$

$$K_S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} \times (2[\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}})^2 = 4[\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}}^3$$

$$K_S = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}}{2} \times [\text{F}^{-}]_{\text{vo}}^2 = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}^3}{2}$$

De oplosbaarheid S kan dus berekend worden op twee manieren (die uiteraard hetzelfde resultaat opleveren):

$$S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} = \sqrt[3]{\frac{K_S}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3,5 \cdot 10^{-11}}{4}} = 2,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$S = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}}{2} = \frac{\sqrt[3]{2K_S}}{2} = \frac{\sqrt[3]{2 \times 3,5 \cdot 10^{-11}}}{2} = \frac{\sqrt[3]{7,0 \cdot 10^{-11}}}{2} = 2,1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

b. Berekenen van de oplosbaarheid in $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ -oplossing $0,1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (gemeenschappelijk ion)



~~$$S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}}$$~~

Telkens er één CaF_2 -deeltje oplost, ontstaat er wel één Ca^{2+} -ion in de oplossing, maar er waren in het begin al Ca^{2+} -ionen in de oplossing aanwezig.

$$S = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}}{2} \quad (\text{Telkens er één } \text{CaF}_2\text{-deeltje oplost, ontstaan er twee } \text{F}^{-}\text{-ionen in de oplossing.)}$$

De oplosbaarheid S kan in dit geval dus niet op twee manieren berekend worden, maar één manier volstaat ruimschoots:

$$S = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{K_S}{[\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}}}}}{2}$$

Voor het berekenen van $[\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}}$ moeten we rekening houden met het feit dat er in deze

verzadigde oplossing twee soorten Ca^{2+} -ionen aanwezig zijn:

1. de Ca^{2+} -ionen die in het begin al aanwezig waren in de oplossing: $c_0 = 0,1 \text{ mol/L}$,
2. de Ca^{2+} -ionen die extra in de oplossing verschijnen door het oplossen van CaF_2 : evenveel als er CaF_2 -deeltjes oplossen, dus met concentratie S .

Dus

$$[\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} = c_0 + S = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} + S$$

We vinden dus

$$S = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{K_S}{[\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}}}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{K_S}{0,1+S}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{3,5 \cdot 10^{-11}}{0,1+S}}}{2}$$

Dit is een vergelijking met één onbekende S , die dus kan berekend worden.

Dit kan op twee manieren:

- Exact, maar tijdrovend

Bovenstaande gelijkheid kunnen we als volgt schrijven:

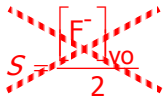
$$4 S^3 + 0,4 S^2 - 3,9 \cdot 10^{-11} = 0, \text{ een derdegraadsvergelijking!}$$

- Bij benadering, maar snel (en met een te verwaarlozen afwijking)

De oplosbaarheid van CaF_2 in water is zeer klein (zie § a: $2,1 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$). Door de aanwezigheid van een gemeenschappelijk ion is de oplosbaarheid in dit geval nog veel kleiner en te verwaarlozen naast de beginconcentratie van de Ca^{2+} -ionen. Daardoor wordt bovenstaande vergelijking heel wat eenvoudiger op te lossen:

$$S = \frac{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{K_S}{[\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}}}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{3,5 \cdot 10^{-11}}{0,1}}}{2} = 9,4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

c. Berekenen van de oplosbaarheid in KF-oplossing $0,1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (gemeenschappelijk ion)



Telkens er één CaF_2 -deeltje oplost, ontstaan er wel twee F^{-} -ionen in de oplossing, maar er waren in het begin al F^{-} -ionen in de oplossing aanwezig.

$$S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} \quad (\text{Telkens er één } \text{CaF}_2\text{-deeltje oplost, ontstaat er één } \text{Ca}^{2+}\text{-ion in de oplossing.)}$$

De oplosbaarheid S kan ook in dit geval dus niet op twee manieren berekend worden, maar één manier volstaat ruimschoots:

$$S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} = \frac{K_s}{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}^2}$$

Voor het berekenen van $[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}$ moeten we rekening houden met het feit dat er in deze verzadigde oplossing twee soorten F^{-} -ionen aanwezig zijn:

1. de F^{-} -ionen die in het begin al aanwezig waren in de oplossing: $c_0 = 0,1 \text{ mol/L}$,
2. de F^{-} -ionen die extra in de oplossing verschijnen door het oplossen van CaF_2 : dubbel zoveel als er CaF_2 -deeltjes oplossen, dus met concentratie $2S$.

Dus

$$[\text{F}^{-}]_{\text{vo}} = c_0 + 2S = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} + 2S$$

We vinden dus

$$S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} = \frac{K_s}{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}^2} = \frac{K_s}{(0,1 + 2S)^2} = \frac{3,5 \cdot 10^{-11}}{(0,1 + 2S)^2}$$

Dit is een vergelijking met één onbekende S , die dus kan berekend worden.

Dit kan op twee manieren:

- Exact, maar tijdrovend

Bovenstaande gelijkheid kunnen we als volgt schrijven:

$$4S^3 + 0,4S^2 + 0,01S - 3,9 \cdot 10^{-11} = 0, \text{ een derdegraadsvergelijking!}$$

- Bij benadering, maar snel (en met een te verwaarlozen afwijking)

De oplosbaarheid van CaF_2 in water is zeer klein (zie § a: $2,1 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$). Door de aanwezigheid van een gemeenschappelijk ion is de oplosbaarheid in dit geval nog veel kleiner en te verwaarlozen naast de beginconcentratie van de F^{-} -ionen. Daardoor wordt bovenstaande vergelijking heel wat eenvoudiger op te lossen:

$$S = [\text{Ca}^{2+}]_{\text{vo}} = \frac{K_s}{[\text{F}^{-}]_{\text{vo}}^2} = \frac{K_s}{(0,1)^2} = \frac{3,5 \cdot 10^{-11}}{(0,1)^2} = \mathbf{3,5 \cdot 10^{-9} \frac{\text{mol}}{\text{L}}}$$